


Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа дисциплины		



**УТВЕРЖДЕНО**  
 решением Ученого совета факультета математики,  
 информационных и авиационных технологий  
 от «16» июня 20 20 г., протокол № 5/20  
 Председатель Волков М.А.  
 (подпись, расшифровка подписи)  
 « 16 » июня 20 20 г.

### РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Дисциплина	Математический анализ
Факультет	Математики, информационных и авиационных технологий
Кафедра	Информационных технологий
Курс	1

Направление (специальность): 09.03.03 Прикладная информатика (бакалавриат)

Направленность (профиль/специализация): Информационная сфера

Форма обучения: очная

Дата введения в учебный процесс УлГУ: « 01 » сентября 2020 г.



Программа актуализирована на заседании кафедры: протокол № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ 20 \_\_\_\_ г.

Программа актуализирована на заседании кафедры: протокол № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ 20 \_\_\_\_ г.

Программа актуализирована на заседании кафедры: протокол № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ 20 \_\_\_\_ г.

Сведения о разработчиках:

ФИО	Кафедра	Должность, учёная степень, звание
Верёвкин А.Б.	ПМ	Доцент, к.ф.-м.н., доцент
Савинов Ю.Г.	ПМ	Доцент, к.ф.-м.н., доцент
Гаврилова М.С.	ПМ	Доцент, к.ф.-м.н.

СОГЛАСОВАНО	СОГЛАСОВАНО
Заведующий кафедрой, реализующей дисциплину	Заведующий выпускающей кафедрой
 / <u>Бутов А.А.</u> / Подпись / ФИО	 / <u>Волков М.А.</u> / Подпись / ФИО
10 июня 2020г.	10 июня 2020г.

### 1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ:

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа дисциплины		

**Цели освоения дисциплины:** освоение основ и методов теории пределов, теории дифференциального и интегрального исчисления функций одного и нескольких переменных, теории рядов; формирование уровня математической культуры, достаточного для понимания и усвоения последующих курсов, базирующихся на данной дисциплине; привитие навыков исследовательской работы.


**Задачи освоения дисциплины:** изучение базовых понятий теории числовых множеств и функций действительного переменного; изучение основных определений и теорем о пределах последовательностей и функций, понятия непрерывности функций; изучение дифференциального исчисления функций одного и нескольких переменных, приложений производной для исследования функций и приближенных вычислений; изучение интегрального исчисления функций одного и нескольких переменных, приложений интегралов в решении различных прикладных задач; изучение основ теории числовых и функциональных рядов.

## 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП:

Дисциплина «Математический анализ» относится к дисциплинам Базовой части Блока 1 «Дисциплины (модули)» Основной Профессиональной Образовательной Программы по направлению подготовки – 09.03.03 Прикладная информатика. Данная дисциплина базируется на входных знаниях, умениях, навыках и компетенциях студента, полученных им в школе. Результаты освоения дисциплины будут необходимы для дальнейшего процесса обучения в рамках поэтапного формирования компетенций при изучении последующих дисциплин – «Физика», «Имитационное моделирование», «Теория вероятностей и математическая статистика», «Численные методы», «Прикладная статистика», а также для прохождения государственной итоговой аттестации.

## 3. ПЕРЕЧЕНЬ ПЛАНИРУЕМЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ), СООТНЕСЕННЫХ С ПЛАНИРУЕМЫМИ РЕЗУЛЬТАТАМИ ОСВОЕНИЯ ОСНОВНОЙ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Код и наименование реализуемой компетенции	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с индикаторами достижения компетенций
<b>ОПК-1</b> – способность применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности.	<p><b>Знать:</b> основные понятия и факты математического анализа; алгоритмы поиска естественнонаучной информации; ориентироваться в иностранных языках со словарём.</p> <p><b>Уметь:</b> собирать и обрабатывать информацию для научно-практической деятельности; решать задачи математического анализа; обрабатывать эмпирические и экспериментальные данные.</p> <p><b>Владеть:</b> методами решения типовых задач математического анализа; навыками устной и письменной речи учебного и научного характера.</p>

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа дисциплины		

#### 4. ОБЩАЯ ТРУДОЕМКОСТЬ ДИСЦИПЛИНЫ

4.1. Объем дисциплины в зачетных единицах (всего): 8 зачетных единиц.


4.2. Объем дисциплины по видам учебной работы (в часах):

Вид учебной работы	Количество часов (форма обучения: очная)		
	Всего по плану	В т.ч. по семестрам	
		1	2
1	2	3	4
Контактная работа обучающихся с преподавателем в соответствии с УП	136	72	64
Аудиторные занятия	136	72	64
Лекции	68	36	32
Семинары и практические занятия	34	36	32
Лабораторные работы, практикумы	–	–	–
Самостоятельная работа	80	54	26
Форма текущего контроля знаний и контроля самостоятельной работы: тестирование, контр. работа, коллоквиум, реферат и др. (не менее 2 видов)	72	устный опрос, проверка решения задач, контрольная работа 36	устный опрос, проверка решения задач, контрольная работа 36
Курсовая работа	–	–	–
Виды промежуточной аттестации (экзамен, зачет)	2 экзамена	экзамен	экзамен
Всего часов по дисциплине	288	162	126


4.3. Содержание дисциплины (модуля). Распределение часов по темам и видам учебной работы:

Форма обучения: очная.

Название разделов и тем	Всего	Виды учебных занятий					Форма текущего контроля знаний
		Аудиторные занятия			Занятия в интерактивной форме	Самостоятельная работа	
		Лекции	Практические занятия, семинары	Лабораторные работы, практикумы			
1	2	3	4	5	6	7	8
<b>1 семестр</b>							
<i>Раздел 1. Введение в математический анализ</i>							
1. Множества и функции	11	4	4	0	0	7	устный опрос, проверка решения задач 4
2. Поле действительных чисел	16	5	4	0	0	7	устный опрос,

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа дисциплины		

							проверка решения задач 4
3. Теория пределов	17	4	6	0	0	7	устный опрос, проверка решения задач, контрольная работа 4
4. Непрерывные функции	14	4	4	0	0	6	устный опрос, проверка решения задач, контрольная работа 4
<i>Раздел 2. Дифференциальное исчисление функций одной переменной</i>							
5. Дифференцируемые функции	18	5	6	0	0	7	устный опрос, проверка решения задач, контрольная работа 5
6. Исследование функций с помощью производных	16	5	4	0	0	7	устный опрос, проверка решения задач, контрольная работа 5
<i>Раздел 3. Интегральное исчисление функций одной переменной</i>							
7. Неопределённый интеграл	15	5	4	0	0	6	устный опрос, проверка решения задач, контрольная работа 5
8. Определённый интеграл Римана	11	4	4	0	0	7	устный опрос, проверка решения задач, контрольная работа 5
Экзамен	36						
Итого	162	36	36	0	0	54	36
<b>2 семестр</b>							
<i>Раздел 4. Ряды</i>							
9. Числовые ряды	10	4	4	0	0	2	устный опрос,

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа дисциплины		

							проверка решения задач, контрольная работа 5
10. Функциональные последовательности и ряды	10	4	4	0	0	2	устный опрос, проверка решения задач, контрольная работа 5
11. Ряды и интегралы Фурье	10	4	4	0	0	2	устный опрос, проверка решения задач, контрольная работа 5
<i>Раздел 5. Интегро-дифференциальное исчисление функций многих переменных</i>							
12. Топология вещественных пространств	12	4	4	0	0	4	устный опрос, проверка решения задач 4
13. Пределы и дифференцирование вектор-функций многих переменных	12	4	4	0	0	4	устный опрос, проверка решения задач, контрольная работа 4
14. Интегралы, зависящие от параметра	12	4	4	0	0	4	устный опрос, проверка решения задач 4
15. Кратные интегралы Римана	12	4	4	0	0	4	устный опрос, проверка решения задач, контрольная работа 4
16. Криволинейные и поверхностные интегралы	12	4	4	0	0	4	устный опрос, проверка решения задач, контрольная работа 5
Экзамен	36						
Итого	126	32	32	0	0	26	36

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа дисциплины		

Всего	288	68	68	0	0	80	72
-------	-----	----	----	---	---	----	----

## 5. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

### Раздел 1. Введение в математический анализ.

#### Тема 1. Множества и функции.

Множества и операции над ними. Отношения на множествах. Функции. Мощность множества. Теорема Кантора-Бернштейна. Счётные множества и их свойства. Существование несчетных множеств. Континуум. Парадокс Рассела.

#### Тема 2. Поле действительных чисел.

Вполне упорядоченные множества и математическая индукция. Определение упорядоченного поля. Точные грани числовых множеств. Полное поле. Неполнота поля  $\mathcal{Q}$ . Вещественные числа как бесконечные дроби. Плотность  $\mathcal{Q}$  в  $\mathcal{R}$ . Принципы полноты  $\mathcal{R}$ . Открытые и замкнутые множества в  $\mathcal{R}$ , их свойства. Хаусдорфовость. Секвенциальная компактность. Принцип Больцано-Вейерштрасса. Компактность. Лемма Бореля-Лебега.

#### Тема 3. Теория пределов.

Предел последовательности и его свойства. Предельный переход в неравенствах. Ограниченность сходящейся последовательности. Фундаментальность и критерий Коши. Теорема Вейерштрасса о монотонной последовательности. Число Непера и второй замечательный предел. Подпоследовательности и частичные пределы последовательности. Лемма Больцано-Вейерштрасса. Предел функции в точке по Гейне и Коши и его свойства. Предел композиции функций. Критерий Коши существования предела функции. Предельный переход в неравенствах. Первый и второй замечательные пределы. Асимптотическое поведение функций. Свойства  $o(f)$ ,  $O(f)$ .

#### Тема 4. Непрерывные функции.

Непрерывность функции в точке. Непрерывность элементарных функций. Односторонние пределы. Точки разрыва и их классификация. Колебание функции в точке. Критерий непрерывности Бэра. Локальные свойства непрерывных функций: ограниченность, сохранение знака, непрерывность суммы, произведения, частного, композиции. Глобальные свойства: теорема Больцано-Коши о промежуточном значении, теоремы Вейерштрасса об ограниченности и максимальном значении. Критерий непрерывности монотонной функции. Равномерная непрерывность. Теорема Кантора. Теорема об обратной функции.

### Раздел 2. Дифференциальное исчисление функций одной переменной.

#### Тема 5. Дифференцируемые функции.


Производная и односторонние производные. Касательная. Производные суммы, произведения, частного и композиции. Непрерывность дифференцируемой функции. Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Лейбница. Теоремы Ферма, Ролля и теорема Лагранжа о конечном приращении. Теорема Коши. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа, Коши и Пеано. Формулы Тейлора основных элементарных функций. Оценка остаточного члена и приближенные вычисления значений функций. Правила Лопиталя.

#### Тема 6. Исследование функций с помощью производных.

Условия монотонности функции. Необходимое условие локального экстремума. Достаточные условия локального экстремума. Выпуклость и её необходимые и достаточные условия для дважды дифференцируемой функции. Точки перегиба. Асимптоты кривых. Схема полного исследования функции. Построение графиков.

### Раздел 3. Интегральное исчисление функций одной переменной.

#### Тема 7. Неопределённый интеграл.

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа дисциплины		

Свойства неопределенного интеграла: линейность, замена переменных и интегрирование по частям. Таблица интегралов. Интегрирование рациональных функций и правило Остроградского. Интегрирование квадратичных иррациональностей и подстановки Эйлера. Интегрирование тригонометрических и экспоненциальных функций.

**Тема 8.** Определённый интеграл Римана и его приложения.

Необходимое условие интегрируемости по Риману. Формулы Дарбу и критерий Дарбу интегрируемости по Риману. Числовые множества нулевой длины и нулевой меры. Критерий Лебега интегрируемости по Риману. Непрерывность и дифференцируемость интеграла Римана, как функции верхнего предела. Формула Ньютона-Лейбница. Свойства интеграла Римана: аддитивность по мере, линейность, замена переменных и интегрирование по частям. Интегральные теоремы о среднем. Длина и мера числовых подмножеств  $\mathbb{R}$ . Множества, измеримые по Жордану. Множество Кантора и его свойства. Вычисление площадей фигур, длин кривых и объёмов тел. Нахождение объёмов тел вращения и площадей их поверхности. Нахождение центров тяжести фигур и тел, а также масс и моментов. Теорема Жордана о функциях ограниченной вариации. Несобственные интегралы и признаки их сходимости. Абсолютная и условная сходимость.

#### Раздел 4. Ряды.

**Тема 9.** Числовые ряды.

Понятие числового ряда. Необходимое условие сходимости числового ряда. Критерий Коши сходимости числовых рядов. Необходимое и достаточное условие сходимости знакоположительного ряда. Признаки сходимости знакоположительных рядов (Вейерштрасса, Даламбера, радикальный и интегральный признак Коши, Раабе, Гаусса). Знакопередающиеся ряды и теорема Лейбница. Абсолютно и условно сходящиеся ряды и их арифметические свойства. Признаки Абеля и Дирихле. Бесконечные произведения. Двойные и повторные ряды. Некоторые приёмы суммирования числовых рядов.

**Тема 10.** Функциональные последовательности и ряды.

Поточечная и равномерная сходимость функциональных последовательностей и рядов. Критерий Коши равномерной сходимости. Признаки равномерной сходимости функциональных рядов (Вейерштрасса, Абеля и Дирихле). Теоремы о непрерывности предела, интегрировании и дифференцировании функциональных последовательностей и рядов. Степенные ряды. Радиус и область сходимости степенного ряда. Теоремы Абеля о степенных рядах. Достаточное условие разложения функции в степенной ряд. Применение рядов в приближенных вычислениях значений функций и их интегралов. Теорема Вейерштрасса о равномерном приближении непрерывной функции многочленами.


**Тема 11.** Ряды и интегралы Фурье.

Ортонормированные системы функций. Ряды Фурье по ортонормированным системам. Неравенство Бесселя. Равенство Парсевала. Тригонометрическая система и её замкнутость. Тригонометрический ряд Фурье. Условия равномерной сходимости и сходимости ряда Фурье в точке. Условия дифференцирования и интегрирования ряда Фурье. Преобразование Фурье. И его свойства. Обратное преобразование Фурье.

#### Раздел 5. Интегро-дифференциальное исчисление функций многих переменных.

**Тема 12.** Топология вещественных пространств.

Топологические, нормированные и метрические пространства. Метрики в  $\mathbb{R}^n$ . Полнота  $\mathbb{R}^n$ . Свойства непрерывных отображений метрических пространств. Свойства компактных и секвенциально-компактных подмножеств метрических пространств. Критерий компактности в  $\mathbb{R}^n$ . Связные подмножества топологических пространств. Сохранение связности при непрерывных отображениях. Теорема Больцано. Выпуклые и линейно-связные подмножества

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа дисциплины		

в  $R^n$ . Вариация вектор-функций. Пути и кривые в  $R^n$ , длина кривой, касательная к кривой.

**Тема 13.** Пределы и дифференцирование вектор-функций многих переменных.

Частные производные и теорема Шварца о равенстве смешанных частных производных. Дифференцируемость и дифференциал отображения  $F: R^n \rightarrow R^m$ . Матрица Якоби  $J_F(x)$ . Достаточное условие дифференцируемости в точке. Теорема о дифференциале сложной функции и «цепное правило» вычисления частных производных. Теорема о дифференциале обратной функции. Формула Тейлора для гладких числовых функций многих переменных. Второй дифференциал числовой функции многих переменных. Теоремы о локальном диффеоморфизме и неявной функции. Касательная к многообразиям в  $R^n$ . Необходимые и достаточные условия функциональной зависимости числовых функций многих переменных. Локальный экстремум числовой функции многих переменных. Необходимое и достаточное условия локального экстремума в точке. Условный локальный экстремум числовой функции многих переменных. «Правило множителей» Лагранжа. Достаточный признак условного локального экстремума числовой функции многих переменных.

**Тема 14.** Интегралы, зависящие от параметра.

Равномерная сходимость семейства функций, зависящего от параметра. Лемма о коммутировании предельных переходов. Теоремы о непрерывности, дифференцируемости и интегрируемости предельной функции. Теоремы о непрерывности, дифференцируемости и интегрируемости собственного интеграла по параметру. Теорема Фруллани. Равномерная сходимость несобственного интеграла, зависящего от параметра. Критерий Коши. Признаки Вейерштрасса, Дирихле и Абеля равномерной сходимости несобственного интеграла. Теоремы о непрерывности, предельном переходе и дифференцируемости несобственного интеграла по параметру. Теоремы о перестановке собственного и несобственного интегралов. Теоремы о перестановке несобственных интегралов. Интегралы Дирихле и Пуассона. Эйлеровы интегралы и их свойства.

**Тема 15.** Кратные интегралы Римана.

Интеграл Римана на бруссе. Необходимое условие интегрируемости функции на бруссе. Формулы Дарбу. Теорема о предельном критерии интегрируемости на бруссе. Критерий Дарбу интегрируемости по Риману на бруссе. Множества нулевой меры. Теорема о графике непрерывной функции. Критерий Бэра непрерывности функции в точке. Теорема Кантора. Критерий Лебега интегрируемости по Риману на бруссе и её следствия. Измеримые по Жордану множества и их свойства. Критерий Лебега на измеримом по Жордану множестве. Свойства интеграла Римана. Теорема Фубини на бруссе. Теорема Фубини для цилиндров. Теорема Кавальери. Принцип Кавальери. Лемма об интегрируемости по Риману композиции двух функций. Теорема о замене переменных в одномерном интеграле Римана. Общая теорема о замене переменных. Пренебрежимые множества. Инвариантность интеграла Римана относительно движения. Геометрический смысл якобиана. Объём  $n$ -мерного шара.

**Тема 16.** Криволинейные и поверхностные интегралы.

Криволинейные интегралы 1 и 2 родов, их свойства и связь между ними. Интегрирование полных дифференциалов. Формула Грина и её свойства. Полный дифференциал на плоскости. Поверхность и её площадь. Сапог Шварца. Поверхностные интегралы 1 и 2 родов, связь между ними. Формула Гаусса-Остроградского и её приложения. Формула Стокса и её приложения. Полный дифференциал в пространстве. Скалярные и векторные поля. Градиент функции. Поток вектора и дивергенция. Циркуляция и ротор векторного поля. Символический оператор Гамильтона.

## 6. ТЕМЫ ПРАКТИЧЕСКИХ И СЕМИНАРСКИХ ЗАНЯТИЙ

**Раздел 1. Введение в математический анализ.**

**Тема 1.** Множества и функции (семинар).



Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа дисциплины		

1. Множества и функции.

**Тема 2.** Поле действительных чисел (семинар).

1. Поле действительных чисел.

**Тема 3.** Теория пределов (семинар).

1. Числовая последовательность, подпоследовательность.

2. Вычисление пределов последовательностей.

3. Предел функции в точке.

4. Раскрытие неопределенностей.

5. Первый замечательный предел.

6. Второй замечательный предел.

7. Вычисление пределов функций.

8. Эквивалентные бесконечно малые функции.

9. Раскрытие неопределенностей с помощью эквивалентностей.

**Тема 4.** Непрерывные функции (семинар).

1. Непрерывные функции.

2. Классификация точек разрыва функции.

3. Равномерная непрерывность функции.

4. Контрольная работа по Разделу 1.

**Раздел 2. Дифференциальное исчисление функций одной переменной.**

**Тема 5.** Дифференцируемые функции (семинар).

1. Правила дифференцирования.

2. Геометрический смысл производной.

3. Производные высших порядков.

4. Формула Лейбница.

5. Теоремы Ролля, Лагранжа, Коши.

6. Формула Тейлора.

7. Раскрытие неопределенностей с помощью правил Лопиталя.

8. Раскрытие неопределенностей с помощью формулы Тейлора.

**Тема 6.** Исследование функций с помощью производных (семинар).

1. Нахождение промежутков монотонности, точек экстремума, наибольших и наименьших значений, промежутков выпуклости, точек перегиба.

2. Доказательство неравенств.

3. Построение графиков функций кривых, заданных параметрически и в полярных координатах.

4. Контрольная работа по Разделу 2.

**Раздел 3. Интегральное исчисление функций одной переменной.**

**Тема 7.** Неопределенный интеграл (семинар).

1. Первообразная и неопределенный интеграл. Таблица интегралов.

2. Изучение методов интегрирования.

3. Классы интегрируемых функций.

**Тема 8.** Определенный интеграл Римана (семинар).

1. Правило Ньютона–Лейбница.

2. Замена переменной и интегрирование по частям в определенном интеграле.

3. Длина и мера числовых подмножеств.

4. Нахождение площадей фигур.

5. Нахождение длин кривых.

6. Нахождение объемов тел.

7. Нахождение центров тяжести тел и фигур.

8. Нахождение моментов инерции.

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа дисциплины		

9. Несобственные интегралы по бесконечному промежутку.
10. Несобственные интегралы от неограниченных функций.
11. Признаки сходимости несобственных интегралов.
12. Абсолютная и условная сходимость.
13. Признаки Абеля, Дирихле.
10. Контрольная работа по Разделу 3.

#### Раздел 4. Ряды.

##### Тема 9. Числовые ряды (семинар).

1. Числовой ряд и его сумма. Сходимость числовых рядов.
2. Необходимое условие сходимости. Критерий Коши сходимости рядов.
3. Признаки сходимости знакоположительных рядов: Вейерштрасса, Даламбера, Коши, Раабе и Гаусса.
4. Интегральный признак Коши-Маклорена сходимости знакоположительных рядов.
5. Оценка остатка знакоположительного ряда.
6. Знакопеременные ряды. Признаки сходимости Лейбница, Абеля и Дирихле.
7. Умножение и деление рядов.
8. Бесконечные произведения.

##### Тема 10. Функциональные последовательности и ряды (семинар).

1. Поточечная сходимость функциональных последовательностей.
2. Равномерная сходимость функциональных последовательностей.
3. Поточечная и равномерная сходимость функциональных рядов.
4. Степенные ряды. Радиус и область сходимости.
5. Интегрирование и дифференцирование степенных рядов.
6. Разложение функций в ряд Тейлора.
10. Суммирование степенных рядов и числовых рядов.

##### Тема 11. Ряды и интегралы Фурье (семинар).

1. Разложение функции в ряд Фурье.
2. Ряды Фурье четных и нечетных функций.
3. Ряды Фурье функций, заданных на отрезке  $[-l, l]$ .
4. Разложение функций, заданных на отрезке  $[0, l]$ , в ряд Фурье.
5. Разложение функций в интеграл Фурье.
6. Обратное преобразование Фурье.
7. Контрольная работа по Разделу 4.

#### Раздел 5. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных.

##### Тема 12. Топология вещественных пространств (семинар).

1. Топологические, нормированные и метрические пространства.
2. Компактные множества в  $R^n$ .
3. Функции ограниченной вариации.
4. Пути и кривые. Длина кривой.
5. Касательные к кривым.

##### Тема 13. Пределы и дифференцирование вектор-функций многих переменных (семинар).

1. Пределы функций многих переменных.
2. Частные производные и дифференциалы функций многих переменных.
3. Частные производные и дифференциал сложной функции.
4. Частные производные неявно заданной функции одной и двух переменных.
5. Разложение функций многих переменных в ряд Тейлора.
6. Применение дифференциалов к приближенным вычислениям.
7. Многообразия и касательные к ним.
8. Локальный экстремум числовых функций нескольких переменных.

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа дисциплины		

9. Условный локальный экстремум числовых функций нескольких переменных.
10. Правило множителей Лагранжа.
11. Замена переменных в дифференциальных уравнениях.

**Тема 14.** Интегралы, зависящие от параметра (семинар).

1. Исследование семейства функций на равномерную сходимость.
2. Интегралы Римана, зависящие от параметра.
3. Исследование несобственных интегралов на равномерную сходимость.
4. Вычисление несобственных интегралов, зависящих от параметра.
5. Сведение несобственных интегралов к эйлеровым интегралам.

**Тема 15.** Кратные интегралы Римана (семинар).

1. Замена переменных в двойном интеграле.
2. Вычисление площади и объёма через двойные интегралы.
3. Вычисление площади поверхности.
4. Вычисление центров тяжести и моментов инерции плоских областей.
5. Замена переменных в тройном интеграле.
6. Вычисление объёмов через тройные интегралы.
7. Вычисление центров тяжести и моментов инерции тел.

**Тема 16.** Криволинейные и поверхностные интегралы (семинар).

1. Параметризация плоских и пространственных кривых.
2. Криволинейные интегралы 1-го рода.
3. Криволинейные интегралы 2-го рода.
4. Формула Грина.
5. Применение криволинейных интегралов в физических и геометрических задачах.
6. Параметризация поверхностей.
7. Поверхностные интегралы 1-го и 2-го родов.
8. Формула Гаусса-Остроградского.
9. Формула Стокса.
10. Применение формул Стокса, Гаусса-Остроградского в задачах теории поля.
11. Контрольная работа по Разделу 5.

## 7. ЛАБОРАТОРНЫЕ РАБОТЫ, ПРАКТИКУМЫ

Данный вид работы не предусмотрен учебным планом.

## 8. ТЕМАТИКА КУРСОВЫХ, КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ, РЕФЕРАТОВ

Выполнение курсовых работ и рефератов не предусмотрено учебным планом.

*Примерная тематика контрольных работ по дисциплине «Математический анализ»:*

1. Пределы последовательностей и функций.
2. Производная функции и ее применение.
3. Неопределенный интеграл.
4. Определенный интеграл Римана и его применение.
5. Числовые и функциональные ряды.
6. Пределы и непрерывность функций многих переменных.
7. Частные производные и дифференциалы функций многих переменных.
8. Экстремумы функций многих переменных.
9. Интегралы, зависящие от параметра.
10. Кратные интегралы.


Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа дисциплины		

## 11. Криволинейные интегралы.

### 9. ПЕРЕЧЕНЬ ВОПРОСОВ К ЭКЗАМЕНУ

#### 1 семестр

1. Множество действительных чисел. Сравнение действительных чисел. Теорема о точной верхней грани.
2. Приближение действительных чисел рациональными.
3. Счётные множества. Счётность множества рациональных чисел. Несчётность множества действительных чисел.
4. Определение предела последовательности. Единственность предела. Ограниченность сходящейся последовательности.
5. Бесконечно малые последовательности и их свойства.
6. Свойства пределов последовательностей.
7. Предельный переход в неравенствах. Теорема о двух милиционерах.
8. Монотонные последовательности. Существование предела.
9. Теорема Бернулли, число  $e$ .
10. Принцип Кантора вложенных отрезков.
11. Теорема Гейне-Бореля-Лебега.
12. Теорема Больцано-Вейерштрасса.
13. Частичные пределы последовательности. Верхний и нижний пределы последовательности.
14. Критерий Коши сходимости последовательностей.
15. Предел функции по Коши и по Гейне и их эквивалентность.
16. Арифметические свойства пределов функций.
17. Непрерывность функций в точке. Арифметические свойства непрерывных функций.
18. Локальные свойства непрерывных функций.
19. Теорема Вейерштрасса об ограниченности непрерывной на отрезке функции.
20. Теорема Вейерштрасса о достижимости минимального и максимального значений непрерывной на отрезке функции.
21. Теорема Больцано о промежуточных значениях непрерывной на отрезке функции.
22. Теорема о непрерывности обратной функции.
23. Непрерывность суперпозиции непрерывных функций.
24. Непрерывность простейших элементарных функций. Теорема о непрерывности элементарных функций.
25. Первый замечательный предел.
26. Второй замечательный предел.
27. Определение производной и дифференцируемость функции. Непрерывность дифференцируемой функции.
28. Геометрический смысл производной. Уравнение касательной.
29. Дифференцирование сложной функции. Инвариантность формы дифференциала.
30. Дифференцирование обратной функции.
31. Дифференцирование суммы, разности, произведения и частного функций.
32. Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Лейбница.
33. Возрастание (убывание) функции в точке. Локальный экстремум. Необходимое условие Ферма экстремума функции.
34. Теорема Ролля.
35. Теорема Лагранжа о конечных приращениях.
36. Формула Коши.

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа дисциплины		

37. Правило Лопиталя для раскрытия неопределенностей вида «0/0».
38. Правило Лопиталя для раскрытия неопределенностей вида « $\infty / \infty$ ».
39. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Пеано.
40. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа.
41. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Коши.
42. Формулы Маклорена для основных элементарных функций.
43. Выпуклость графика функции. Точки перегиба. Необходимые условия.
44. Нахождение наклонных асимптот.
45. Первообразная. Неопределённый интеграл. Замена переменных в неопределённом интеграле. Метод интегрирования по частям.
46. Интегрирование рациональных функций.
47. Интегрирование некоторых тригонометрических выражений.
48. Интегрирование дробно-линейных иррациональностей.
49. Интегрирование квадратичных иррациональностей.
50. Определение интеграла Римана. Единственность интеграла.
51. Ограниченность интегрируемой функции.
52. Свойство линейности интеграла Римана.
53. Суммы Дарбу и их свойства. Интегралы Дарбу.
54. Лемма Дарбу.
55. Критерий Дарбу интегрируемости по Риману.
56. Равномерная непрерывность. Теорема Кантора.
57. Интегрируемость по Риману непрерывных функций.
58. Свойство аддитивности определенного интеграла.
59. Интегрирование неравенств. Теорема о среднем.
60. Формула Ньютона-Лейбница.
61. Длина кривой и формула для её вычисления.


## 2 семестр

62. Числовые ряды. Сумма ряда. Критерий Коши. Необходимое условие сходимости.
63. Признаки сравнения для рядов с положительными членами.
64. Основные признаки сходимости для рядов с положительными членами: признаки Даламбера, Раабе и Гаусса, радикальный и интегральный признаки Коши.
65. Абсолютная и условная сходимость рядов.
66. Ряды Лейбница. Признак Лейбница сходимости знакочередующихся рядов.
67. Престановка членов ряда в абсолютно и условно сходящихся рядах.
68. Поточечная и равномерная сходимость. Критерий Коши равномерной сходимости рядов. Признак Вейерштрасса равномерной сходимости рядов.
69. Теорема о перестановке пределов. Почленный переход к пределу в рядах. Непрерывность суммы ряда.
70. Почленное интегрирование рядов.
71. Почленное дифференцирование рядов.
72. Основная теорема о степенных рядах. Радиус и интервал сходимости. Равномерная сходимость степенных рядов. Непрерывность суммы степенного ряда.
73. Почленное интегрирование и дифференцирование степенных рядов.
74. Теоремы Абеля.
75. Теорема Вейерштрасса о равномерном приближении непрерывных функций полиномами.
76. Ряды Тейлора. Сходимость ряда Тейлора для функций с равномерно ограниченными производными. Ряды Тейлора для основных элементарных функций.
77. Абстрактный ряд Фурье. Неравенство Бесселя. Сходимость к нулю коэффициентов

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа дисциплины		

Фурье.

78. Замкнутость ортонормированной системы. Равенство Парсеваля.
79. Тригонометрическая ортонормированная система. Тригонометрический ряд Фурье.
80. Замкнутость тригонометрической системы. Сходимость ряда Фурье в среднем.
81. Формулы Дирихле для частичных сумм ряда Фурье.
82. Признаки Гёльдера и Жордана сходимости ряда Фурье.
83. Предел последовательности точек евклидова пространства. Предел функции многих переменных. Непрерывность функции многих переменных.
84. Непрерывные функции на компакте.
85. Частные производные. Дифференцируемость. Достаточное условие дифференцируемости. Полный дифференциал. Дифференцирование сложных функций.
86. Частные производные высших порядков. Достаточное условие Шварца равенства смешанных производных. Дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора.
87. Дифференцирование неявно заданной функции.
88. Геометрические приложения дифференциального исчисления. Уравнение касательной плоскости. Условные экстремумы функций многих переменных.
89. Семейства функций, зависящих от параметра. Равномерная сходимость, критерий Коши. Примеры непрерывных семейств, сходящихся к разрывной функции. Примеры дифференцируемых семейств, сходящихся к недифференцируемой функции. Примеры интегрируемых семейств, сходящихся к неинтегрируемой функции.
90. Свойства предельной функции. Теорема о коммутировании предельных переходов, непрерывность предельной функции, примеры.
91. Интегрирование предельной функции, примеры.
92. Дифференцирование предельной функции, примеры.
93. Собственные интегралы, зависящие от параметра, теорема о непрерывности.
94. Теоремы о дифференцируемости и интегрируемости собственного интеграла по параметру.
95. Равномерная сходимость несобственных интегралов 1-го и 2-го рода, зависящих от параметра. Равномерная сходимость несобственных интегралов с несколькими особенностями. Критерий Коши равномерной сходимости несобственных интегралов. Признак Вейерштрасса равномерной сходимости.
96. Достаточные условия равномерной сходимости несобственного интеграла, зависящего от параметра: признаки Абеля и Дирихле.
97. Непрерывность несобственного интеграла, зависящего от параметра. Теорема о предельном переходе, теорема Дини, следствия, примеры.
98. Дифференцирование и интегрирование по конечному промежутку несобственного интеграла, зависящего от параметра.
99. Перестановка несобственных интегралов, примеры.
100. Интеграл Дирихле. Интеграл Пуассона.
101.  $\Gamma$ -функция Эйлера и ее свойства.  $B$ -функция Эйлера и её свойства. Связь между  $B$  и  $\Gamma$ -функциями.
102. Определение интеграла Римана на  $n$ -мерном бруске. Необходимое условие интегрируемости, геометрический смысл интеграла.
103. Теорема Фубини. Сведение вычисления кратных интегралов к повторным.
104. Замена переменных в кратных интегралах. Приложения кратных интегралов.
105. Криволинейные интегралы первого и второго рода. Физический смысл криволинейных интегралов.
106. Формула Грина. Теория поля. Потенциальные поля. Необходимые и достаточные условия потенциальности поля.

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа дисциплины		


107. Сведения о поверхностях. Ориентация поверхности. Неориентируемые поверхности. Поверхностные интегралы первого и второго рода и их физический смысл.

108. Формула Гаусса – Остроградского.

## 10. САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА ОБУЧАЮЩИХСЯ

Форма обучения: очная.

Название разделов и тем	Вид самостоятельной работы (проработка учебного материала, решение задач, контрольная работа, подготовка к сдаче зачета, экзамена и др.)	Объём в часах	Форма контроля (проверка решения задач и др.)
<b>1 семестр</b>			
<i>Раздел 1. Введение в математический анализ</i>			
1. Множества и функции	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к сдаче экзамена	7	устный опрос, проверка решения задач
2. Поле действительных чисел	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к сдаче экзамена	7	устный опрос, проверка решения задач
3. Теория пределов	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к контрольной работе, подготовка к сдаче экзамена	7	устный опрос, проверка решения задач, контрольная работа
4. Непрерывные функции	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к контрольной работе, подготовка к сдаче экзамена	6	устный опрос, проверка решения задач, контрольная работа
<i>Раздел 2. Дифференциальное исчисление функций одной переменной</i>			
5. Дифференцируемые функции	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к контрольной работе, подготовка к сдаче экзамена	7	устный опрос, проверка решения задач, контрольная работа
6. Исследование функций с помощью производных.	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к контрольной работе, подготовка к сдаче экзамена	7	устный опрос, проверка решения задач, контрольная работа
<i>Раздел 3. Интегральное исчисление функций одной переменной</i>			
7. Неопределённый интеграл	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к контрольной работе, подготовка к сдаче экзамена	6	устный опрос, проверка решения задач, контрольная работа
8. Определённый интеграл Римана	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к контрольной работе, подготовка к сдаче экзамена	7	устный опрос, проверка решения задач, контрольная работа
<b>2 семестр</b>			
<i>Раздел 4. Ряды</i>			
9. Числовые ряды	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к контрольной работе, подготовка к сдаче экзамена	4	устный опрос, проверка решения задач, контрольная работа
10. Функциональ-	Проработка учебного материала,	4	устный опрос,

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа дисциплины		

ные последовательности и ряды	решение задач, подготовка к контрольной работе, подготовка к сдаче экзамена		проверка решения задач, контрольная работа
11. Ряды и интегралы Фурье	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к контрольной работе, подготовка к сдаче экзамена	4	устный опрос, проверка решения задач, контрольная работа
<i>Раздел 5. Интегро-дифференциальное исчисление функций многих переменных</i>			
12. Топология вещественных пространств	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к сдаче экзамена	4	устный опрос, проверка решения задач
13. Пределы и дифференцирование вектор-функций многих переменных	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к контрольной работе, подготовка к сдаче экзамена	3	устный опрос, проверка решения задач, контрольная работа
14. Интегралы, зависящие от параметра	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к контрольной работе, подготовка к сдаче экзамена	3	устный опрос, проверка решения задач, контрольная работа
15. Кратные интегралы Римана	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к контрольной работе, подготовка к сдаче экзамена	4	устный опрос, проверка решения задач, контрольная работа
16. Криволинейные и поверхностные интегралы	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к сдаче экзамена	6	устный опрос, проверка решения задач

## 11. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### а) Список рекомендуемой литературы

#### основная

1. Зорич, В.А. Математический анализ : учебник для ун-тов. Ч. 1 / В.А. Зорич. – М. : Наука, 1981. – 543 с.
2. Зорич, В.А. Математический анализ : учебник для ун-тов. Ч. 2 / В.А. Зорич. – М. : Наука, 1984. – 670 с.
3. Ильин, В.А. Основы математического анализа : учебник для вузов по спец. «Прикладная математика». Ч. 1 : / В.А. Ильин, Э.Г. Позняк. – 6-е изд., стер. – М. : ФИЗМАТЛИТ, 2008. – 464 с.

#### дополнительная

1. Демидович, Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу : учебное пособие для вузов / Б.П. Демидович. – М. : Наука, 1990. – 624 с. – ISBN 5-02-014505-X.
2. Виноградова, И.А. Математический анализ в задачах и упражнениях : учебное пособие для вузов / И.А. Виноградова, С.Н. Олехник, В.А. Садовничий. – М. : МГУ, 1991. – 352 с. – ISBN 5-211-01559-2.
3. Геворкян, Э.А. Математика. Математический анализ : учебное пособие / Э.А. Геворкян, А.Н. Малахов. – М. : Евразийский открытый институт, 2010. – 344 с. – ISBN 978-5-374-00369-7. – Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. – URL: <http://www.iprbookshop.ru/10715.html>.
4. Рудин, У. Основы математического анализа / У. Рудин ; перевод с англ. В. П. Хавина. –



Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа дисциплины		

4-е изд., стер. – СПб. : Лань, 2004. – 320 с.

5. Вельмисова, С.Л. Решение задач по математическому анализу : учеб. пособие для 1 курса инж.-физ. фак. высоких технологий: в 3 ч. Ч. 1 : / С. Л. Вельмисова ; УлГУ. – Ульяновск : УлГУ, 2011. – 36 с.

#### учебно-методическая

1. Штраус, Л.А. Пределы: методические указания для студентов факультета математики и информационных технологий и факультета управления / Л.А. Штраус, И.В. Барина. – Ульяновск : УлГУ, 2012. – 32 с. – URL: <ftp://10.2.96.134/Text/Shtraus1.pdf>.

2. Штраус, Л.А. Дифференцирование и исследование функций : учебно-методические указания / Л.А. Штраус, И.В. Барина. – Ульяновск : УлГУ, 2010. – 27 с. – URL: <ftp://10.2.5.225/FullText/Text/Shtraus.pdf>.

3. Кемер, А.Р. Интегралы: учебно-методическое пособие. Ч. 1 : Неопределенный интеграл / А.Р. Кемер. – Ульяновск : УлГУ, 2011. – 38 с.

4. Кемер, А.Р. Числовые и функциональные ряды : учебно-методическое пособие для информ. специальностей / А.Р. Кемер. – Ульяновск : УлГУ, 2007. – 63 с. – URL: <ftp://10.2.5.225/FullText/Text/kemer.pdf>.

4. Веревкин А. Б. Методические указания для самостоятельной работы студентов по дисциплине «Математический анализ» для студентов всех направлений и специальностей ФМИАТ / А. Б. Веревкин, М. С. Гаврилова, Ю. Г. Савинов; УлГУ, Фак. математики, информ. и авиац. технологий. - Ульяновск : УлГУ, 2019. - Загл. с экрана; Неопубликованный ресурс. - Электрон. текстовые дан. (1 файл : 502 КБ). - Текст : электронный. <http://lib.ulsu.ru/ProtectedView/Book/ViewBook/4567>

Согласовано:

Главный библиотекарь НБ УлГУ  
Должность сотрудника научной библиотеки

/ Полина Н.Ю.  
ФИО

  
подпись

**б) Программное обеспечение:** МойОфис Стандартный, Альт Рабочая станция 8.

#### в) Профессиональные базы данных, информационно-справочные системы

1. Электронно-библиотечные системы:

1.1. IPRbooks [Электронный ресурс]: электронно-библиотечная система / группа компаний Ай Пи Эр Медиа . - Электрон. дан. - Саратов , [2017]. - Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru>

1.2. Консультант студента [Электронный ресурс]: электронно-библиотечная система / ООО ИПУЗ. - Электрон. дан. – Москва, [2017]. - Режим доступа: <http://www.studentlibrary.ru/pages/catalogue.html>

1.3. Лань [Электронный ресурс]: электронно-библиотечная система / ООО ЭБС Лань. - Электрон. дан. – С.-Петербург, [2017]. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com>

2. КонсультантПлюс [Электронный ресурс]: справочная правовая система. /Компания «Консультант Плюс» - Электрон. дан. - Москва : КонсультантПлюс, [2017].

3. База данных периодических изданий [Электронный ресурс] : электронные журналы / ООО ИВИС. - Электрон. дан. - Москва, [2017]. - Режим доступа: <https://dlib.eastview.com/browse/udb/12>

4. Национальная электронная библиотека [Электронный ресурс]: электронная библиотека. - Электрон. дан. – Москва, [2017]. - Режим доступа: <https://нэб.пф> .

5. Электронная библиотека диссертаций РГБ [Электронный ресурс]: электронная библиотека / ФГБУ РГБ. - Электрон. дан. – Москва, [2017]. - Режим доступа: <https://dvs.rsl.ru>

6. Федеральные информационно-образовательные порталы:

6.1. Информационная система Единое окно доступа к образовательным ресурсам. Режим

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа дисциплины		

доступа: <http://window.edu.ru>

6.2. Федеральный портал Российское образование. Режим доступа: <http://www.edu.ru>

7. Образовательные ресурсы УлГУ:

7.1. Электронная библиотека УлГУ. Режим доступа : <http://lib.ulsu.ru/MegaPro/Web>

7.2. Образовательный портал УлГУ. Режим доступа : <http://edu.ulsu.ru>

Согласовано:

Зам. начальника УИТиТ

/ Ключкова А.В.



Должность сотрудника УИТиТ

ФИО

подпись

## 12. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ:

Аудитории для проведения лекций, семинарских занятий, для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации, групповых и индивидуальных консультаций.

Аудитории укомплектованы специализированной мебелью, учебной доской. Помещения для самостоятельной работы оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа к электронной информационно-образовательной среде, электронно-библиотечной системе. Перечень оборудования, используемого в учебном процессе, указывается в соответствии со сведениями о материально-техническом обеспечении и оснащённости образовательного процесса, размещёнными на официальном сайте УлГУ в разделе «Сведения об образовательной организации».

## 13. СПЕЦИАЛЬНЫЕ УСЛОВИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ С ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ

В случае необходимости, обучающимся из числа лиц с ограниченными возможностями здоровья (по заявлению обучающегося) могут предлагаться одни из следующих вариантов восприятия информации с учетом их индивидуальных психофизических особенностей:

– для лиц с нарушениями зрения: в печатной форме увеличенным шрифтом; в форме электронного документа; в форме аудиофайла (перевод учебных материалов в аудиоформат); в печатной форме на языке Брайля; индивидуальные консультации с привлечением тифлосурдопереводчика; индивидуальные задания и консультации;

– для лиц с нарушениями слуха: в печатной форме; в форме электронного документа; видеоматериалы с субтитрами; индивидуальные консультации с привлечением сурдопереводчика; индивидуальные задания и консультации;

– для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата: в печатной форме; в форме электронного документа; в форме аудиофайла; индивидуальные задания и консультации.

Разработчик



подпись

доцент

должность

Верёвкин А.Б.

ФИО